Series : S7PQR **SET~5**

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65(B)/7**

रोल नं.
Roll No. | | | | | | | | |

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

	नोट		**NOTE**
(I)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।	(I)	Please check that this question paper contains **23** printed pages.
(II)	प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II)	Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।	(III)	Please check that this question paper contains **38** questions.
(IV)	**कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।** [ ]	(IV)	**Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
(V)	इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V)	15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित
(केवल दृष्टिबाधित परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS
(FOR VISUALLY IMPAIRED CANDIDATES ONLY)

*निर्धारित समय : **3** घण्टे*
*Time allowed : **3** hours*

*अधिकतम अंक : **80***
*Maximum Marks : **80***

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(ii) यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ**।

(iii) **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।

(iv) **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।

(v) **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।

(vi) **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।

(vii) **खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।

(viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 3 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।

(ix) कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।

खण्ड क

इस खण्ड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 5 & -6 & 0 \\ -7 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 0$ है, तो x का मान है :

(A) 2 (B) – 2

(C) $-\frac{26}{5}$ (D) $\frac{26}{5}$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 3 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculator is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises 20 multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 5 & -6 & 0 \\ -7 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 0$, then the value of x is :

(A) 2 (B) – 2

(C) $-\frac{26}{5}$ (D) $\frac{26}{5}$

2. यदि $A = [5 \quad 4 \quad 1]\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ है, तो A की कोटि है :

(A) 1×3 (B) 1×2

(C) 3×1 (D) 1×1

3. आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 7 \\ 0 & 7 & 0 \\ -7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ है एक :

(A) विषम सममित आव्यूह

(B) वर्ग आव्यूह

(C) तत्समक आव्यूह

(D) विकर्ण आव्यूह

4. फलन $f(x) = \dfrac{3 - x}{3x^2 - x^3}$ है :

(A) केवल एक बिंदु पर असंतत

(B) ठीक दो बिंदुओं पर असंतत

(C) ठीक तीन बिंदुओं पर असंतत

(D) सभी बिंदुओं पर संतत

5. यदि $y = e^{\sin\sqrt{x}}$ है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ बराबर है :

(A) $e^{\sin\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ (B) $e^{\cos\sqrt{x}}$

(C) $e^{\sin\sqrt{x}} \cdot \dfrac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ (D) $\dfrac{e^{\cos\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

2. If $A = [5 \quad 4 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, then the order of A is :

(A) 1×3 (B) 1×2

(C) 3×1 (D) 1×1

3. The matrix $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 7 \\ 0 & 7 & 0 \\ -7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ is a :

(A) skew symmetric matrix

(B) square matrix

(C) identity matrix

(D) diagonal matrix

4. The function $f(x) = \dfrac{3 - x}{3x^2 - x^3}$ is :

(A) discontinuous at only one point

(B) discontinuous at exactly two points

(C) discontinuous at exactly three points

(D) continuous at every point

5. If $y = e^{\sin\sqrt{x}}$, then $\dfrac{dy}{dx}$ is equal to :

(A) $e^{\sin\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ (B) $e^{\cos\sqrt{x}}$

(C) $e^{\sin\sqrt{x}} \cdot \dfrac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ (D) $\dfrac{e^{\cos\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

6. $\int x \sin^3 x^2 \cos x^2 \, dx$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{8} \sin^4 x^2 + C$ (B) $\frac{1}{4} \sin^4 x^2 + C$

(C) $\frac{1}{2} \sin^4 x^2 + C$ (D) $\frac{1}{8} \sin^4 x + C$

7. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ का हल है :

(A) $e^y + e^x = C$ (B) $e^{-y} + e^x = C$

(C) $e^y - e^x = C$ (D) $e^x - e^{-y} = C$

8. अवकल समीकरण $x\,dy + (2y - x^3)\,dx = 0$ का समाकलन गुणक है :

(A) x (B) $\frac{1}{x}$

(C) x^2 (D) $\frac{1}{x^2}$

9. यदि सदिश $\overrightarrow{AB}$ के सिरे A(3, 5, 1) तथा B(1, 1, 5) हैं, तो $\overrightarrow{AB}$ के दिक्-कोसाइन हैं :

(A) $-2, -4, 4$ (B) $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

(C) $-\frac{1}{2}, -1, 1$ (D) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

10. दोनों सदिशों $\vec{a} = (-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{b} = (-\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$ के लंबवत मात्रक सदिश है :

(A) $-2\hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $2\hat{j} - 2\hat{k}$

(C) $-\frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}$ (D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}$

6. $\int x \sin^3 x^2 \cos x^2 \, dx$ is equal to :

(A) $\frac{1}{8} \sin^4 x^2 + C$

(B) $\frac{1}{4} \sin^4 x^2 + C$

(C) $\frac{1}{2} \sin^4 x^2 + C$

(D) $\frac{1}{8} \sin^4 x + C$

7. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ is :

(A) $e^y + e^x = C$

(B) $e^{-y} + e^x = C$

(C) $e^y - e^x = C$

(D) $e^x - e^{-y} = C$

8. The integrating factor of the differential equation

$x\,dy + (2y - x^3)\,dx = 0$ is :

(A) x

(B) $\frac{1}{x}$

(C) x^2

(D) $\frac{1}{x^2}$

9. If A(3, 5, 1) and B(1, 1, 5) are the end points of the vector $\overrightarrow{AB}$, then the direction cosines of $\overrightarrow{AB}$ are :

(A) $-2, -4, 4$

(B) $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

(C) $-\frac{1}{2}, -1, 1$

(D) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}$

10. The unit vector perpendicular to both the vectors

$\vec{a} = (-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{b} = (-\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$ is :

(A) $-2\hat{j} + 2\hat{k}$

(B) $2\hat{j} - 2\hat{k}$

(C) $-\frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}$

(D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}$

11. यदि रेखा $\frac{1-x}{-3} = \frac{2y-2}{8} = \frac{z+6}{5}$ एक अन्य रेखा

$\vec{r} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(-6\hat{i} + \lambda\hat{j} - 10\hat{k})$ के समांतर है, तो λ का मान है :

(A) 8 (B) – 8

(C) 4 (D) – 4

12. λ का वह मान जिसके लिए रेखाएँ $\frac{x-3}{3\lambda} = \frac{y+2}{1} = \frac{3-z}{7}$ तथा

$\frac{4-x}{3} = \frac{y-5}{2\lambda} = \frac{z-1}{2}$ परस्पर लंबवत हैं, है :

(A) – 2 (B) 2

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

13. सदिश $\vec{a} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ का $\vec{b} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ पर प्रक्षेप है :

(A) $\frac{3}{\sqrt{6}}$ (B) $-\frac{5}{\sqrt{6}}$

(C) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (D) $\frac{5}{\sqrt{6}}$

14. एक LPP में, यदि उद्देश्य फलन $Z = px + y$ सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु (3, 2) पर न्यूनतम है तथा इसका न्यूनतम मान 14 है, तो p का मान है :

(A) 4 (B) $\frac{16}{3}$

(C) $\frac{11}{2}$ (D) $\frac{14}{3}$

15. एक LPP में, उद्देश्य फलन का इष्टतम मान जिन बिंदुओं पर होता है वह :

(A) x-अक्ष पर होते हैं

(B) y-अक्ष पर होते हैं

(C) सुसंगत क्षेत्र के कोनों पर होते हैं

(D) सुसंगत क्षेत्र के अन्त: भाग में होते हैं

11. If the line $\frac{1-x}{-3} = \frac{2y-2}{8} = \frac{z+6}{5}$ is parallel to the line $\vec{r} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + \lambda(-6\hat{i} + \lambda\hat{j} - 10\hat{k})$, then the value of λ is :

(A) 8 (B) – 8

(C) 4 (D) – 4

12. The value of λ for which the lines $\frac{x-3}{3\lambda} = \frac{y+2}{1} = \frac{3-z}{7}$ and $\frac{4-x}{3} = \frac{y-5}{2\lambda} = \frac{z-1}{2}$ are perpendicular to each other, is :

(A) – 2 (B) 2

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

13. The projection of $\vec{a} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ on $\vec{b} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ is :

(A) $\frac{3}{\sqrt{6}}$ (B) $-\frac{5}{\sqrt{6}}$

(C) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (D) $\frac{5}{\sqrt{6}}$

14. In an LPP, if the objective function Z = px + y is minimum at a corner point (3, 2) of the feasible region and the minimum value is 14, then the value of p is :

(A) 4 (B) $\frac{16}{3}$

(C) $\frac{11}{2}$ (D) $\frac{14}{3}$

15. In an LPP, the optimal value of the objective function is attained at the points :

(A) on x-axis

(B) on y-axis

(C) on corners of the feasible region

(D) inside the feasible region

16. एक सिक्का 3 बार उछाला गया। कम-से-कम एक बार चित आने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$

17. एक पासा एक बार उछाला गया तथा 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से यादृच्छया एक पत्ता निकाला गया। 4 से बड़ी एक संख्या तथा पान का एक पत्ता प्राप्त होने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{1}{12}$

18. यदि $P(A) = 0{\cdot}5$, $P(B) = 0{\cdot}7$ तथा $P\left(\frac{B}{A}\right) = 0{\cdot}6$ है, तो $P(A \cup B)$ बराबर है :

(A) 0·78 (B) 0·9

(C) 0·48 (D) 0·96

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

16. A coin is tossed 3 times. The probability of getting at least one head is :

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$

17. A die is thrown once and a card is selected at random from a pack of 52 playing cards. The probability of getting a number greater than 4 and a card of Hearts is :

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{1}{12}$

18. If $P(A) = 0{\cdot}5$, $P(B) = 0{\cdot}7$ and $P\left(\frac{B}{A}\right) = 0{\cdot}6$, then $P(A \cup B)$ is equal to :

(A) 0·78 (B) 0·9

(C) 0·48 (D) 0·96

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled as Assertion (A) and the other labelled as Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* यदि A, कोटि 3 का एक विषम सममित आव्यूह है, तो $|A| = 0$ है।

तर्क (R) : यदि A, कोटि 2 का एक वर्ग आव्यूह है, तो $|A| = |A'|$ है।

20. *अभिकथन (A) :* यदि एक रेखा, धनात्मक x, y तथा z-अक्षों से क्रमश: 45°, 90° तथा 45° के कोण बनाती है, तो इसके दिक्-कोसाइन

$$< \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} >$$ हैं।

तर्क (R) : यदि एक रेखा धनात्मक अक्षों से α, β, γ के कोण बनाती है, तो $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ इसके दिक्-कोसाइन हैं।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 5 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (क) गुणनफल $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) यदि $A' = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो $A' - B'$ ज्ञात कीजिए।

22. एक समबाहु त्रिभुज की भुजाएँ 3 cm/s की दर से बढ़ रही हैं। त्रिभुज के क्षेत्रफल के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए, जब प्रत्येक भुजा की लंबाई 10 cm है।

23. ज्ञात कीजिए :

$$\int \sec^3 (3x + 2) \tan (3x + 2)\, dx$$

19. *Assertion (A) :* If A is a skew symmetric matrix of order 3, then $|A| = 0$.

Reason (R) : If A is a square matrix of order 2, then $|A| = |A'|$.

20. *Assertion (A) :* If a line makes angles 45°, 90° and 45° with the positive x, y and z-axis respectively, then direction cosines of the line are $< \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} >$.

Reason (R) : If a line makes angles α, β, γ with positive axes, then $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ are its direction cosines.

SECTION B

This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find the product $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

OR

(b) If $A' = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, then find $A' - B'$.

22. The sides of an equilateral triangle are increasing at the rate of 3 cm/s. Find the rate at which the area of triangle increases, when the length of each side is 10 cm.

23. Find :

$$\int \sec^3 (3x + 2) \tan (3x + 2)\, dx$$

24. (क) यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ तथा $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ तथा $|\vec{c}| = 7$ है, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जबकि इसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ द्वारा प्रदत्त हैं।

25. उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो एक बिंदु जिसका स्थिति सदिश $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ है से होकर जाती है तथा बिंदुओं जिनके स्थिति सदिश $\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ हैं, को मिलाने वाली रेखा के समांतर है। इस रेखा का कार्तीय समीकरण भी लिखिए।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 6 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. $\cos^{-1}\left(\cos \frac{2\pi}{3}\right) + \sin^{-1}\left(\sin \frac{2\pi}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\tan \frac{2\pi}{3}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

27. (क) वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $f(x) = 1 - 12x - 9x^2 - 2x^3$ निरंतर वर्धमान है अथवा निरंतर ह्रासमान है।

अथवा

(ख) फलन $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 48x + 25$ के अंतराल $[0, 3]$ में अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

24. (a) If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ and $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ and $|\vec{c}| = 7$, then find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

OR

(b) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.

25. Find the vector equation of a line, passing through the point with position vector $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and parallel to the line joining the points with position vectors $\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ and $2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$. Also, write its cartesian equation.

SECTION C

This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Evaluate : $\cos^{-1}\left(\cos \frac{2\pi}{3}\right) + \sin^{-1}\left(\sin \frac{2\pi}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\tan \frac{2\pi}{3}\right)$.

27. (a) Find the intervals in which the function $f(x) = 1 - 12x - 9x^2 - 2x^3$ is strictly increasing or decreasing.

OR

(b) Find the maximum and minimum values of the function $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 48x + 25$ on the interval [0, 3].

28. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4e^x - e^{2x}}} dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)} dx$$

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (|x - 1| + |x - 2| + |x - 3|) \, dx$$

30. (क) अवकल समीकरण $(3xy + y^2) \, dx + (x^2 + xy) \, dy = 0$ को हल कीजिए।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $x (1 + y^2) \, dx - y (1 + x^2) \, dy = 0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जहाँ दिया गया है कि $y(1) = 0$.

31. $Z = 4x + 3y$ का अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जहाँ LPP का सुसंगत क्षेत्र कोनीय बिंदुओं A(25, 0), B(16, 16) तथा C(0, 24) द्वारा परिबद्ध क्षेत्र है।

28. (a) Find :

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4e^x - e^{2x}}} dx$$

OR

(b) Find :

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)} dx$$

29. Evaluate :

$$\int_1^3 (|x - 1| + |x - 2| + |x - 3|) \, dx$$

30. (a) Solve the differential equation

$(3xy + y^2) \, dx + (x^2 + xy) \, dy = 0.$

OR

(b) Find the particular solution of the differential equation

$x (1 + y^2) \, dx - y (1 + x^2) \, dy = 0$, given that $y(1) = 0$.

31. Determine the maximum and the minimum values of

$Z = 4x + 3y$, if the feasible region for an LPP is a bounded region with corner points, A(25, 0), B(16, 16) and C(0, 24).

खण्ड घ

इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (क) समुच्चय $A = N \times N$, जो कि प्राकृत संख्याओं के सभी क्रमित युग्मों का समुच्चय है पर विचार कीजिए। माना संबंध R समुच्चय A में इस प्रकार परिभाषित है कि $(a, b)\ R\ (c, d)$ यदि और केवल यदि $ad = bc$ है, जहाँ $\forall\ a, b, c, d \in N$ हैं। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

अथवा

(ख) माना $A = \mathbb{R} - \{2\}$ तथा $B = \mathbb{R} - \{1\}$ है। यदि $f : A \to B$ इस प्रकार परिभाषित फलन है कि $f(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$ है, तो दर्शाइए कि f एक एकैकी-आच्छादी फलन है।

33. यदि $x = \sin t$ तथा $y = \sin pt$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + p^2y = 0.$$

34. समाकलन के प्रयोग से उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो दीर्घवृत्त $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$ तथा रेखाओं $x = -\sqrt{2}$ तथा $x = \sqrt{2}$ द्वारा परिबद्ध है।

35. (क) 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से एक पत्ता गुम हो गया है। गड्डी के बाकी पत्तों में से यादृच्छया दो पत्ते निकाले गए तथा दोनों हुकुम के पत्ते पाए गए। गुम हुए पत्ते के भी हुकुम का पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) तीन सिक्के एक साथ उछाले गए। घटनाओं A 'तीन चित अथवा तीन पट' प्राप्त करना, B 'अधिकतम दो चित' प्राप्त करना तथा C 'कम-से-कम दो चित' प्राप्त करना पर विचार कीजिए। युग्म (A, C) तथा (B, C) में ज्ञात कीजिए कि कौन-से स्वतंत्र घटनाओं तथा कौन-से परस्पर निर्भर घटनाओं के युग्म हैं।

SECTION D

This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Consider the set $A = N \times N$ as the set of all ordered pairs of natural numbers. Let R be a relation in A defined by $(a, b) R (c, d)$, iff $ad = bc$, $\forall$ a, b, c, d $\in$ N. Prove that R is an equivalence relation.

OR

(b) Let $A = \mathbb{R} - \{2\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$. If $f : A \to B$ is a function defined by $f(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$, then show that f is one-one and onto.

33. If $x = \sin t$ and $y = \sin pt$, then prove that

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + p^2y = 0.$$

34. Using integration, find the area of the region bounded by the ellipse $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$ and the lines $x = -\sqrt{2}$ and $x = \sqrt{2}$.

35. (a) A card from a pack of 52 cards is lost. From the remaining cards of the pack, two cards are drawn randomly and are found to be both Spades. Find the probability of the lost card being a Spade.

OR

(b) Three coins are tossed simultaneously. Consider the event A to be getting 'three heads or three tails', B 'at most two heads' and C 'at least two heads'. Of the pairs (A, C) and (B, C), find which are independent and which are dependent.

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. दो मोटर साइकिल डीलर P तथा Q दो प्रकार की मोटर साइकिल A तथा B बेचते हैं। वर्ष 2022 तथा 2023 के बिक्री आँकड़े दर्शाते हैं कि डीलर P ने 2022 में A प्रकार की 160 तथा B प्रकार की 70 मोटर साइकिल बेची जबकि 2023 में A प्रकार की 300 तथा B प्रकार की 150 मोटर साइकिल बेची। डीलर Q ने 2022 में A प्रकार की 100 तथा B प्रकार की 40 मोटर साइकिल बेची जबकि 2023 में उसने A प्रकार की 200 तथा B प्रकार की 60 मोटर साइकिल बेची।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) वर्ष 2022 में दोनों डीलरों की सेल को निम्न आव्यूह के रूप में लिखिए :

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} P \\ Q \end{array} & \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \end{bmatrix} \end{array}$$ *1*

(ii) वर्ष 2023 में दोनों डीलरों की सेल को निम्न आव्यूह के रूप में लिखिए :

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} P \\ Q \end{array} & \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \end{bmatrix} \end{array}$$ *1*

(iii) (क) यदि वर्ष 2022 में डीलरों P तथा Q ने प्रत्येक मोटर साइकिल A पर ₹ 30,000 तथा प्रत्येक मोटर साइकिल B पर ₹ 20,000 लाभ कमाया, तो आव्यूहों के गुणनफल से प्रत्येक का कुल लाभ ज्ञात कीजिए। *2*

अथवा

(iii) (ख) यदि डीलरों P तथा Q ने वर्ष 2023 में प्रत्येक मोटर साइकिल A पर ₹ 40,000 तथा प्रत्येक मोटर साइकिल B पर ₹ 30,000 लाभ कमाया, तो आव्यूह गुणनफल से वर्ष 2023 में प्रत्येक का कुल लाभ ज्ञात कीजिए। *2*

SECTION E

This section comprises 3 case-study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. Two motorcycle dealers, P and Q deal in two types of motorcycles, say A and B. The sales figures for the years 2022 and 2023 showed that dealer P sold 160 motorcycles of type A and 70 of type B in 2022 and 300 motorcycles of type A and 150 of type B in 2023. Dealer Q sold 100 motorcycles of type A and 40 of type B in 2022 and 200 motorcycles of type A and 60 of type B in 2023.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) Write the matrix representing the sales of the two dealers in 2022 : $\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} P \\ Q \end{array} & \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \end{bmatrix} \end{array}$ *1*

(ii) Write the matrix representing the sales of the two dealers in 2023 : $\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} P \\ Q \end{array} & \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \end{bmatrix} \end{array}$ *1*

(iii) (a) If dealers P and Q each earned a profit of ₹ 30,000 on one motorcycle A and ₹ 20,000 on one motorcycle B in the year 2022, then find the total profit earned by each, using the matrix multiplication. *2*

OR

(iii) (b) If dealers P and Q each earned a profit of ₹ 40,000 on one motorcycle A and ₹ 30,000 on one motorcycle B in the year 2023, then using the matrix multiplication find the total profit of each in the year 2023. *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. रघु के पिता अपने घर के पीछे एक आयताकार बाग बनाना चाहते हैं, जिसमें पीछे की दीवार को बाग की एक भुजा रखकर बाकी तीन भुजाओं को बाड़ लगाने वाली तार से बनाना चाहते हैं। उनके पास बाड़ के लिए 300 m लंबी तार है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि बाग की वह भुजा जो दीवार के लंबवत है की लंबाई x है तथा दीवार के समांतर भुजा की लंबाई y है, तो बाड़ लगाने वाली दीवार की कुल लंबाई का संबंध ज्ञात कीजिए। *1*

(ii) बाग के क्षेत्रफल A(x) को x के फलन के रूप में लिखिए। *1*

(iii) (क) x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए A(x) अधिकतम है। *2*

अथवा

(iii) (ख) A(x) का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक नुमाइश में, बेचने वाली वस्तु को शीशे के एक घनाभाकार बक्से में रखा है, जिसके शीर्षों के निर्देशांक हैं :

A(1, 2, 3), B(2, 2, 3), C(2, 4, 3), D(1, 4, 3)

A′(1, 2, 6), B′(2, 2, 6), C′(2, 4, 6), D′(1, 4, 6)

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) विकर्ण AC′ का कार्तीय समीकरण लिखिए। *1*

(ii) विकर्ण A′C का कार्तीय समीकरण लिखिए। *1*

(iii) (क) दर्शाइए कि रेखाएँ AC′ तथा A′C प्रतिच्छेदी हैं। *2*

अथवा

(iii) (ख) रेखाओं AC′ तथा A′C का प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए। *2*

Case Study – 2

37. Raghu's father wants to make a rectangular garden at the back of his house, using the back wall as one side of the garden and wire fencing for the other three sides. He has 300 m of wire for fencing.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) If x denotes the length of the side of the garden perpendicular to the brick wall and y denotes the length of the side parallel to the wall, then find the relation, representing the total length of the fencing wall. *1*

(ii) Write the area of garden A(x) as a function of x. *1*

(iii) (a) Find the value of x at which A(x) is maximum. *2*

OR

(iii) (b) Find the maximum value of A(x). *2*

Case Study – 3

38. In an exhibition, an exhibit for sale is kept in a cubical glass box, the coordinates of whose corners are :

A(1, 2, 3), B(2, 2, 3), C(2, 4, 3), D(1, 4, 3)

A′(1, 2, 6), B′(2, 2, 6), C′(2, 4, 6), D′(1, 4, 6)

Based on the above information, answer the following questions :

(i) Write the cartesian equation of diagonal AC′. *1*

(ii) Write the cartesian equation of diagonal A′C. *1*

(iii) (a) Show that AC′ and A′C are intersecting lines. *2*

OR

(iii) (b) Find the point of intersection of lines AC′ and A′C. *2*