Series : S7PQR **SET~4**

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **465/7**

रोल नं.
Roll No. | | | | | | | | |

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।	(I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains **38** questions.
(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।** [ ]	(IV) **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

व्यावहारिक गणित

APPLIED MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **3** घण्टे*
*Time allowed : **3** hours*

*अधिकतम अंक : **80***
*Maximum Marks : **80***

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ**।*

(iii) ***खण्ड क** में, प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।*

(iv) ***खण्ड ख** में, प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।*

(v) ***खण्ड ग** में, प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।*

(vi) ***खण्ड घ** में, प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।*

(vii) ***खण्ड ङ** में, प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 2 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 3 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।*

खण्ड क

*इस खण्ड में **20** बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।*

1. यदि $0 < x < 1$ है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा मान सबसे बड़ा है ?

(A) x (B) x^2

(C) $\frac{1}{x}$ (D) $\frac{1}{x^2}$

2. 300 m की दौड़ में, खिलाड़ी A, खिलाड़ी B को 22·5 m या 6 सेकण्ड से हरा देता है। समय जिसमें B ने यह दौड़ पूरी की, है :

(A) 80 सेकण्ड (B) 82 सेकण्ड

(C) 76 सेकण्ड (D) 90 सेकण्ड

3. यदि $A = [a_{ij}]_{2\times2}$, जहाँ $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{यदि } i \neq j \\ 0, & \text{यदि } i = j \end{cases}$ है, तो A^2 बराबर है :

(A) I (B) A

(C) O (D) इनमें से कोई नहीं

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are Case Study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 2 questions in Section C, 2 questions in Section D and 3 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculator is **not** allowed.*

SECTION A

*This section comprises of **20** Multiple Choice Questions (MCQs) of **1** mark each.*

1. If $0 < x < 1$, then which of the following values is the greatest ?

(A) x (B) x^2

(C) $\frac{1}{x}$ (D) $\frac{1}{x^2}$

2. In a 300 m race, player A beats player B by 22·5 m or 6 seconds. B's time to complete the race is :

(A) 80 seconds (B) 82 seconds

(C) 76 seconds (D) 90 seconds

3. If $A = [a_{ij}]_{2\times 2}$, where $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i \neq j \\ 0, & \text{if } i = j \end{cases}$, then A^2 is equal to :

(A) I (B) A

(C) O (D) none of these

4. $\begin{vmatrix} 49 & 1 & 6 \\ 39 & 7 & 4 \\ 26 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ बराबर है :

(A) 7 (B) 10

(C) – 2 (D) 0

5. यदि $y = \log x$ तथा $z = \frac{1}{x}$ है, तो $\frac{dy}{dz}$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x}$

(C) $-x$ (D) $-\frac{1}{x^3}$

6. वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ के लिए, बिंदु $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ पर $\frac{dy}{dx}$ है :

(A) – 1 (B) 1

(C) 2 (D) $\frac{1}{2}$

7. $\int \frac{x-1}{x(x-\log x)}\, dx$ बराबर है :

(A) $x - \log |x| + C$ (B) $\log |x - \log x| + C$

(C) $x + \log |x| + C$ (D) $\log |x - \log x| - x + C$

8. $\int_0^1 xe^x \, dx$ बराबर है :

(A) e (B) 1

(C) – 1 (D) – e

4. $\begin{vmatrix} 49 & 1 & 6 \\ 39 & 7 & 4 \\ 26 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ is equal to :

(A) 7 (B) 10

(C) – 2 (D) 0

5. If $y = \log x$ and $z = \frac{1}{x}$, then $\frac{dy}{dz}$ is equal to :

(A) $\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x}$

(C) $-x$ (D) $-\frac{1}{x^3}$

6. For the curve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$, $\frac{dy}{dx}$ at $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ is :

(A) – 1 (B) 1

(C) 2 (D) $\frac{1}{2}$

7. $\int \frac{x-1}{x(x - \log x)}\, dx$ equals :

(A) $x - \log |x| + C$ (B) $\log |x - \log x| + C$

(C) $x + \log |x| + C$ (D) $\log |x - \log x| - x + C$

8. $\int_0^1 xe^x \, dx$ equals :

(A) e (B) 1

(C) – 1 (D) – e

9. अवकल समीकरण

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^5 + 3xy\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 = 0$$

की *कोटि* और *घात* का योगफल है :

(A) 7 (B) 6

(C) 5 (D) 4

10. अवकल समीकरण $x\,dy + y\,dx = 0$ का हल है :

(A) $x = Cy$ (B) $xy = C$

(C) $x^2y = C$ (D) $xy^2 = C$

11. यदि असंतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया हो :

X	1	2	3	4
P(X)	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

तो, $E(X^2)$ बराबर है :

(A) 3 (B) 5

(C) 7 (D) 10

12. किसी एक द्विपद चर X के लिए, यदि $n = 4$ तथा $P(X = 0) = \frac{16}{81}$ है, तो $P(X = 4)$ है :

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{27}$

(C) $\frac{1}{81}$ (D) $\frac{1}{16}$

13. यदि प्वासों बंटन का प्रसरण 2 है, तो $P(X = 2)$ है :

(A) $\frac{2}{e^2}$ (B) $2e^2$

(C) $\frac{4}{e^2}$ (D) $4e^2$

9. The sum of the *order* and the *degree* of the differential equation :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^5 + 3xy\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 = 0 \text{ is :}$$

(A) 7 (B) 6

(C) 5 (D) 4

10. Solution of the differential equation $x\,dy + y\,dx = 0$ is :

(A) $x = Cy$ (B) $xy = C$

(C) $x^2y = C$ (D) $xy^2 = C$

11. If the probability distribution of a discrete random variable X is given as :

X	1	2	3	4
P(X)	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

then, $E(X^2)$ is equal to :

(A) 3 (B) 5

(C) 7 (D) 10

12. For a binomial variate X, if $n = 4$ and $P(X = 0) = \frac{16}{81}$, then $P(X = 4)$ is :

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{27}$

(C) $\frac{1}{81}$ (D) $\frac{1}{16}$

13. If the variance of a Poisson distribution is 2, then $P(X = 2)$ is :

(A) $\frac{2}{e^2}$ (B) $2e^2$

(C) $\frac{4}{e^2}$ (D) $4e^2$

14. यदि Z एक मानक सामान्य चर है, तो $P(0 < Z < 1{\cdot}7)$ बराबर है :

(A) $F(0) - F(1{\cdot}7)$ (B) $F(1{\cdot}7) - F(0)$

(C) $1 - F(1{\cdot}7)$ (D) $F(1{\cdot}7) - 1$

15. एक द्विपद बंटन में, सफलता पाने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ तथा मानक विचलन 3 है। तो, इसका माध्य है :

(A) 6 (B) 8

(C) 12 (D) 48

16. प्रत्येक वर्ष के आरम्भ में देय ₹ 750 की स्थायी ऋण राशि का वर्तमान मूल्य, यदि यह राशि 5% प्रति वर्ष की दर से कमाती है, है :

(A) ₹ 15,000 (B) ₹ 15,750

(C) ₹ 14,250 (D) इनमें से कोई नहीं

17. ₹ 10,000 का निवेश 4 वर्षों में ₹ 60,000 हो जाता है। चक्रवृद्धि वार्षिक वृद्धि दर (CAGR) है :

(A) $\frac{\sqrt[4]{6} - 1}{100}$ (B) $\frac{\sqrt[4]{6} + 1}{100}$

(C) $(\sqrt[4]{6} - 1) \times 100$ (D) $(\sqrt[4]{6} + 1) \times 100$

18. समय श्रृंखला विश्लेषण मदद करता है :

(A) अतीत में किसी चर के व्यवहार को समझने में

(B) किसी चर के भविष्य के व्यवहार की भविष्यवाणी करने में

(C) भविष्य के संचालन की योजना बनाने में

(D) उपर्युक्त सभी में

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं, जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

14. If Z is a standard normal variate, then $P(0 < Z < 1{\cdot}7)$ is equal to :

(A) $F(0) - F(1{\cdot}7)$ (B) $F(1{\cdot}7) - F(0)$

(C) $1 - F(1{\cdot}7)$ (D) $F(1{\cdot}7) - 1$

15. In a binomial distribution, the probability of getting a success is $\frac{1}{4}$ and the standard deviation is 3. Then, its mean is :

(A) 6 (B) 8

(C) 12 (D) 48

16. The present value of a perpetuity of ₹ 750 payable at the beginning of each year, if money is worth 5% p.a. is :

(A) ₹ 15,000 (B) ₹ 15,750

(C) ₹ 14,250 (D) None of these

17. An investment of ₹ 10,000 becomes ₹ 60,000 in 4 years. The compound annual growth rate (CAGR) is given by :

(A) $\frac{\sqrt[4]{6} - 1}{100}$ (B) $\frac{\sqrt[4]{6} + 1}{100}$

(C) $(\sqrt[4]{6} - 1) \times 100$ (D) $(\sqrt[4]{6} + 1) \times 100$

18. Time series analysis helps to :

(A) understand the behaviour of a variable in the past

(B) predict the future behaviour of a variable

(C) plan future operations

(D) all of the above

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* एक द्विपद बंटन में, यदि माध्य = 4 और प्रसरण = 3 है, तो परीक्षणों की संख्या 16 है।

तर्क (R) : प्राचल n और p के साथ द्विपद बंटन में, माध्य = np तथा प्रसरण = $\sqrt{npq}$ होते हैं।

20. *अभिकथन (A) :* मीना 3 वर्षों के लिए 10% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज पर ₹ 3,00,000 का ऋण लेती है। फ्लैट दर पद्धति के अंतर्गत, वह ₹ 10,833·33 की EMI अदा करती है।

तर्क (R) : फ्लैट दर पद्धति में, मूल राशि पूरी ऋण अवधि के दौरान एकसमान रहती है और उस पर पूरी ऋण अवधि के दौरान एक स्थिर दर पर ब्याज लगाया जाता है।

खण्ड ख

*इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **5** प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं।*

21. (क) 10 km की दौड़ में, A, B और C एकसमान गतियों से दौड़ते हुए क्रमश: स्वर्ण, रजत और कांस्य पदक प्राप्त करते हैं। यदि A, B को 1 km से हराता है और B, C को 1 km से हराता है, तो ज्ञात कीजिए कि A, C को कितने मीटर से हराता है।

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए : (486 + 729) mod 12

22. 3-वार्षिक गतिमान औसत विधि द्वारा निम्नलिखित आँकड़ों के लिए प्रवृत्ति मूल्यों की गणना कीजिए :

वर्ष	1	2	3	4	5	6	7
उत्पादन (टन में)	2	4	5	7	8	10	13

23. (क) राहुल 3 वर्ष की अवधि के लिए 12% प्रति वर्ष की दर से ₹ 2,00,000 का व्यक्तिगत ऋण लेता है। फ्लैट दर पद्धति का उपयोग करके, उसकी EMI की गणना कीजिए।

अथवा

(ख) राहुल 3 वर्ष की अवधि के लिए 12% प्रति वर्ष की दर से ₹ 2,00,000 का व्यक्तिगत ऋण लेता है। घटती शेष राशि पद्धति का प्रयोग करके, उसकी EMI की गणना कीजिए।

[दिया गया है : $(1{\cdot}01)^{36} = 1{\cdot}429$]

19. *Assertion (A) :* In a binomial distribution, if mean = 4 and variance = 3, then the number of trials is 16.

Reason (R) : In a binomial distribution with parameters n and p, mean = np and variance = $\sqrt{npq}$.

20. *Assertion (A) :* Meena takes a loan of ₹ 3,00,000 at an interest of 10% compounded annually for 3 years. Under flat rate method, she is paying EMI of ₹ 10,833·33.

Reason (R) : In flat rate method, the principal amount remains the same throughout the tenure and interest is charged on it at a constant rate throughout the loan tenure.

SECTION B

*This section comprises **5** Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.*

21. (a) In a 10 km race, A, B and C, each running at uniform speed get the gold, silver and bronze medals respectively. If A beats B by 1 km and B beats C by 1 km, then find by how many metres does A beat C.

OR

(b) Find : (486 + 729) mod 12

22. Calculate the trend values for the following data by the 3-yearly moving average method :

Year	1	2	3	4	5	6	7
Production (in tonnes)	2	4	5	7	8	10	13

23. (a) Rahul takes a personal loan of ₹ 2,00,000 at the rate of 12% p.a. for a period of 3 years. Calculate his EMI by using the flat rate method.

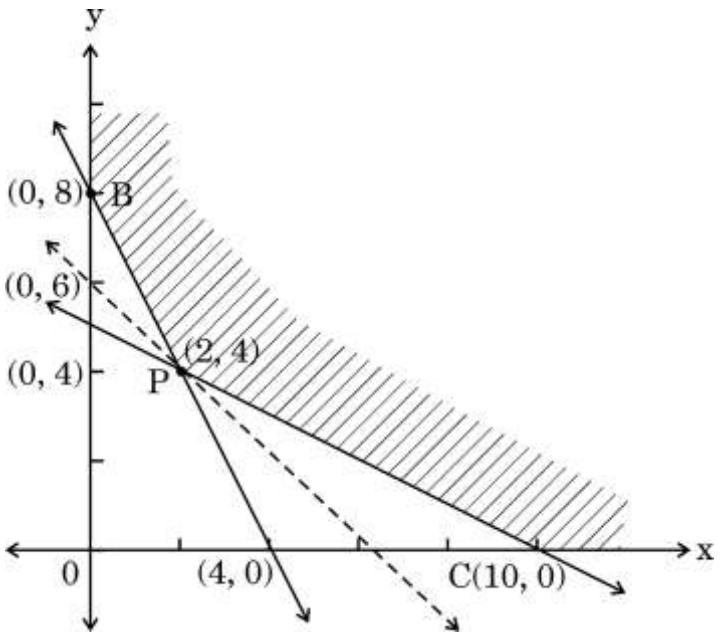
OR

(b) Rahul takes a personal loan of ₹ 2,00,000 at the rate of 12% p.a. for a period of 3 years. Calculate his EMI by using the reducing balance method.

[Given : $(1{\cdot}01)^{36} = 1{\cdot}429$]

24. एक कार का वार्षिक मूल्यह्रास ₹ 30,000 है। यदि 15 वर्षों के बाद कार का स्क्रैप मूल्य ₹ 50,000 है, तो रैखिक विधि का उपयोग करके कार की मूल लागत ज्ञात कीजिए।

25. निम्नलिखित आकृति में, एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या (LPP) का सुसंगत क्षेत्र छायांकित दर्शाया गया है। किस बिंदु पर $z = 50x + 70y$ का न्यूनतम मान है ? z का न्यूनतम मान भी ज्ञात कीजिए।



खण्ड ग

*इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **6** प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं।*

26. (क) 45% अम्ल के घोल के 1125 लीटर में कितने लीटर पानी मिलाया जाए ताकि परिणामी मिश्रण में 25% से अधिक, लेकिन 30% से कम अम्ल की मात्रा हो ?

अथवा

(ख) सिद्ध कीजिए कि असमिका $\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{6} + \sqrt{2}$ सही है।

27. (क) आव्यूहों $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए, सत्यापित कीजिए कि

$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

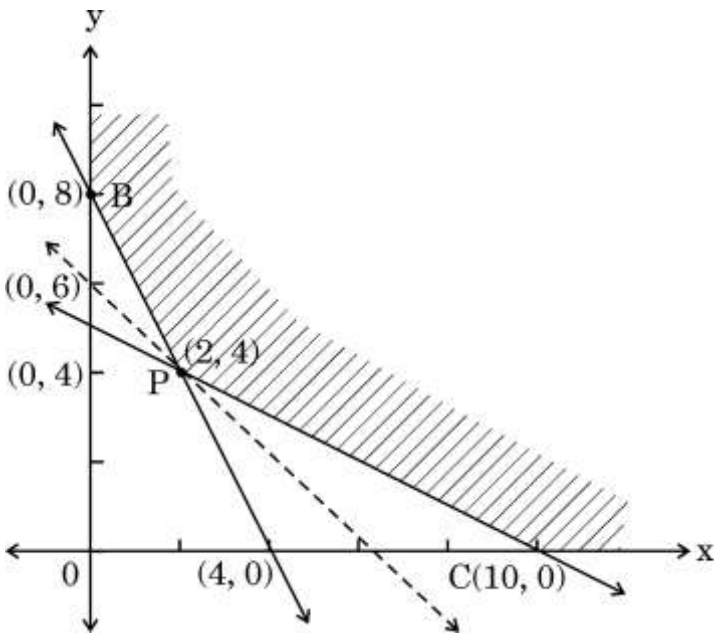
अथवा

(ख) आव्यूह विधि का उपयोग करके, समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$5x - 7y = 2, \; 7x - 5y = 3$$

24. The annual depreciation of a car is ₹ 30,000. If the scrap value of the car after 15 years is ₹ 50,000, find the original cost of the car, using the linear method.

25. The feasible region for an LPP is shown shaded in the following figure. At which point does Min. z = 50x + 70y occur ? Also, find the minimum value of z.



SECTION C

*This section comprises **6** Short Answer (SA) type questions of **3** marks each.*

26. (a) How many litres of water must be added to 1125 litres of a 45% solution of acid so that the resulting mixture will contain more than 25%, but less than 30% acid content ?

OR

(b) Prove that the inequality $\sqrt{5}+\sqrt{3}>\sqrt{6}+\sqrt{2}$ holds true.

27. (a) For matrices $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, verify that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

OR

(b) Using the matrix method, solve the system of equations :

$5x - 7y = 2,\ \ 7x - 5y = 3$

28. न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा एक सीधी रेखा प्रवृत्ति का समाकरण कीजिए और वर्ष 2018 के लिए प्रवृत्ति मान ज्ञात कीजिए।

वर्ष	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
उत्पादन (लाख टन में)	30	35	36	32	37	40	36

29. श्रीमती अनीता 11% की कूपन दर वाले ₹ 1,000 के बराबर मूल्य वाले बॉन्ड पर विचार कर रही है, जो 5 वर्ष बाद परिपक्व होंगे और उसे बराबर मूल्य पर भुनाया जाएगा। वह 15% की न्यूनतम रिटर्न दर चाहती है। बॉन्ड वर्तमान में ₹ 870 पर उपलब्ध है। क्या उसे यह बॉन्ड खरीदना चाहिए ?

[दिया गया है कि : $(1{\cdot}15)^{-5} = 0{\cdot}497$]

30. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या (LPP) को आलेख विधि से हल कीजिए :

व्यवरोधों

$$x + 2y \leq 40$$
$$3x + y \geq 30$$
$$4x + 3y \geq 60$$
$$x \geq 0, y \geq 0$$

के अंतर्गत $Z = 20x + 10y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए।

31. एक निर्माणकर्ता नट और बोल्ट का निर्माण औद्योगिक मशीनरी के लिए करता है। एक पैकेट नटों के निर्माण में मशीन A पर 1 घंटा और मशीन B पर 3 घंटे काम करना पड़ता है, जबकि एक पैकेट बोल्ट के निर्माण में 3 घंटे मशीन A पर और 1 घंटा मशीन B पर काम करना पड़ता है। वह नटों से ₹ 5 प्रति पैकेट और बोल्टों पर ₹ 2 प्रति पैकेट लाभ कमाता है। यदि प्रतिदिन मशीनों का अधिकतम उपयोग 12 घंटे किया जाए, तो प्रत्येक (नट और बोल्ट) के कितने पैकेट प्रतिदिन उत्पादित किए जाएँ ताकि अधिकतम लाभ कमाया जा सके ? इस समस्या को रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में परिवर्तित कीजिए तथा ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

खण्ड घ

*इस खण्ड में **4** दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **5** अंक हैं।*

32. (क) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ का सहखंडज (adjoint) ज्ञात कीजिए और सत्यापित कीजिए कि $A\,(\text{adj } A) = |A|\ I = (\text{adj } A)\ A$.

अथवा

28. Fit a straight line trend by the method of least squares and find the trend value for the year 2018.

Year	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Production (in lakh tonnes)	30	35	36	32	37	40	36

29. Mrs. Anita is considering a ₹ 1,000 par value bond bearing a coupon rate of 11% that matures after 5 years, and the bond will be redeemed at par. She wants a minimum rate of return of 15%. The bond is currently available at ₹ 870. Should she buy the bond ?

[Given : $(1{\cdot}15)^{-5} = 0{\cdot}497$]

30. Solve the following Linear Programming Problem (LPP) by graphical method :

Minimize $Z = 20x + 10y$

subject to constraints :

$$x + 2y \leq 40$$
$$3x + y \geq 30$$
$$4x + 3y \geq 60$$
$$x \geq 0, y \geq 0$$

31. A manufacturer produces nuts and bolts for industrial machinery. It takes 1 hour of work on machine A and 3 hours on machine B to produce a packet of nuts, while it takes 3 hours on machine A and 1 hour on machine B to produce a packet of bolts. He earns a profit of ₹ 5 per packet of nuts and ₹ 2 per packet of bolts. How many packets of each should he produce per day so as to maximize his profit, if he operates his machines for at most 12 hours a day ? Formulate this problem as an LPP and solve graphically.

SECTION D

*This section comprises **4** Long Answer (LA) type questions of **5** marks each.*

32. (a) Find the adjoint of the matrix A given by,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ and verify that}$$

$$A\,(\text{adj } A) = |A|\, I = (\text{adj } A)\, A.$$

OR

(ख) दर्शाइए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, समीकरण $A^2 - 4A - 5I_3 = O$ को संतुष्ट करता है। अत: A^{-1} ज्ञात कीजिए।

33. एक कक्षा के विद्यार्थियों को गणितीय अभिक्षमता परीक्षण दिया गया। उनके अंक सामान्य रूप से वितरित पाए गए, जिनका औसत (या माध्य) 60 और मानक विचलन 5 था। कितने प्रतिशत विद्यार्थियों ने :

(i) 60 से अधिक अंक प्राप्त किए ?

(ii) 56 से कम अंक प्राप्त किए ?

(iii) 45 और 65 के बीच अंक प्राप्त किए ?

दिया गया है :
$$\begin{aligned} P(0 \le z < 0{\cdot}8) &= 0{\cdot}2881 \\ P(0 < z < 1) &= 0{\cdot}3413 \\ P(0 < z < 3) &= 0{\cdot}4986 \end{aligned}$$

34. (i) परिकल्पना (Hypothesis) को परिभाषित कीजिए। शून्य और वैकल्पिक परिकल्पना के बीच अंतर बताइए।

(ii) निम्नलिखित परिकल्पना लीजिए :

$H_0 : \mu = 35$

$H_\alpha : \mu \neq 35$

81 वस्तुओं का एक नमूना लिया गया है जिसका माध्य 37·5 है और जनसंख्या मानक विचलन 5 है। परिकल्पना को 1% महत्त्व के स्तर पर परखिए। ($z_\alpha = -2{\cdot}33$ उपयोग कीजिए)

35. (क) 6% प्रति वर्ष की मासिक चक्रवृद्धि ब्याज दर पर ₹ 2,00,000 के ऋण को 5 वर्षों तक प्रत्येक माह के अंत में समान भुगतान द्वारा परिशोधित किया जाना है। ज्ञात कीजिए :

(i) प्रत्येक मासिक किस्त की राशि।

(ii) 40वें महीने की शुरुआत में बकाया मूलधन ।

(iii) 40वीं किस्त में दिया गया ब्याज।

(iv) 40वीं किस्त में निहित मूलधन, और

(v) दिया गया कुल ब्याज।

[दिया गया है : $(1{\cdot}005)^{60} = 1{\cdot}3489$; $(1{\cdot}005)^{21} = 1{\cdot}1104$]

अथवा

(b) Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 4A - 5I_3 = O$ and hence find A^{-1}.

33. Students of a class were given a mathematical aptitude test. Their marks were found to be normally distributed with mean 60 and standard deviation 5. What percent of students scored :

(i) more than 60 marks ?

(ii) less than 56 marks ?

(iii) below 45 and 65 marks ?

$$\text{Given : } \begin{bmatrix} P(0 \le z < 0{\cdot}8) & = & 0{\cdot}2881 \\ P(0 < z < 1) & = & 0{\cdot}3413 \\ P(0 < z < 3) & = & 0{\cdot}4986 \end{bmatrix}$$

34. (i) Define a hypothesis. Differentiate between Null and Alternative hypothesis.

(ii) Consider the following hypothesis :

$H_0 : \mu = 35$

$H_\alpha : \mu \neq 35$

A sample of 81 items is taken whose mean is 37·5 and the population standard deviation is 5. Test the hypothesis at 1% level of significance. (Use : $z_\alpha = -2{\cdot}33$)

35. (a) A loan of ₹ 2,00,000 at the interest of 6% p.a. compounded monthly is to be amortized by equal payment at the end of each month for 5 years. Find :

(i) The amount of each monthly installment.

(ii) The principal outstanding at the beginning of the 40th month.

(iii) Interest paid in the 40th installment.

(iv) Principal amount in the 40th installment, and

(v) Total interest paid.

[Given : $(1{\cdot}005)^{60} = 1{\cdot}3489$; $(1{\cdot}005)^{21} = 1{\cdot}1104$]

OR

(ख) एक फर्म 5 वर्षों में नए उपकरणों के लिए ₹ 50,000 का पूँजीगत व्यय करने की आशा करती है। व्यय की पूर्ति के लिए तिमाही आधार पर चक्रवृद्धि ब्याज के साथ 12% प्रति वर्ष अर्जित करने वाले सिंकिंग फंड में कितनी राशि अलग रखनी चाहिए ?

(दिया गया है : $(1{\cdot}03)^{20} = 1{\cdot}803$)

खण्ड ङ

*इस खण्ड में **3** प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं।*

प्रकरण अध्ययन – 1

36. एक शैक्षिक बोर्ड सर्वेक्षण के अनुसार, यह देखा गया कि कक्षा XII के छात्र कॉलेज में आवेदन की अंतिम तिथि से कम-से-कम एक से चार सप्ताह पहले आवेदन करते हैं और छात्रों को कॉलेज में प्रवेश मिलने की प्रायिकता $P(X = x)$ इस प्रकार दी गई है :

$$P(X = x) = \begin{cases} \dfrac{kx}{6}, & \text{जब} \quad x = 0, 1 \text{ या } 2 \\[2ex] \dfrac{(1-k)\,x}{6}, & \text{जब} \quad x = 3 \\[2ex] \dfrac{kx}{2}, & \text{जब} \quad x = 4 \\[2ex] 0, & \text{जब} \quad x > 4 \end{cases}$$

जहाँ k एक वास्तविक संख्या है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अपने उत्तर के समर्थन में चरण दर्शाइए।

(i) k का मान ज्ञात कीजिए। *1*

(ii) क्या प्रायिकता है कि नेहा को उस कॉलेज में प्रवेश मिल जाएगा, यह देखते हुए कि उसने आवेदन की अंतिम तिथि से कम-से-कम 2 सप्ताह पहले आवेदन किया था ? *1*

(iii) (क) कॉलेज आवेदन की अंतिम तिथि से पहले आवेदन करने के लिए छात्र द्वारा लिए गए सप्ताहों की संख्या की गणितीय प्रत्याशा की गणना कीजिए। *2*

अथवा

(b) A firm anticipates a capital expenditure of ₹ 50,000 for new equipment in 5 years. How much should be set aside quarterly in a sinking fund earning 12% p.a. compounded quarterly, to provided for the expenditure ?

(Given : $(1{\cdot}03)^{20} = 1{\cdot}803$)

SECTION E

*This section comprises **3** Case-Study Based questions of **4** marks each.*

Case Study – 1

36. According to an educational board survey, it was observed that class XII students apply at least one to four weeks before the colleges' application deadlines and the probability of a student to get admission in the college P(X = x) is given as follows :

$$P(X = x) = \begin{cases} \dfrac{kx}{6}, & \text{when } x = 0, 1 \text{ or } 2 \\[2ex] \dfrac{(1-k)\,x}{6}, & \text{when } x = 3 \\[2ex] \dfrac{kx}{2}, & \text{when } x = 4 \\[2ex] 0, & \text{when } x > 4 \end{cases}$$

where k is a real number.

Based on the above information, answer the following questions. Show steps to support your answer.

(i) Find the value of k. *1*

(ii) What is the probability that a student named Neha will get admission in the college, given that she applied at least 2 weeks before the application deadline ? *1*

(iii) (a) Calculate the mathematical expectation of the number of weeks taken by a student to apply before the college's application deadline. *2*

OR

(iii) (ख) शीघ्र प्रवेश को बढ़ावा देने के लिए, कॉलेज अंतिम तिथि से पहले आवेदन करने वाले छात्रों को निम्नानुसार छात्रवृत्ति प्रदान कर रहा है : *2*

₹ 50,000, 4 सप्ताह पहले आवेदन करने पर

₹ 20,000, 3 सप्ताह पहले आवेदन करने पर

₹ 12,000, 2 सप्ताह पहले आवेदन करने पर

₹ 9,600, 1 सप्ताह पहले आवेदन करने पर

कॉलेज द्वारा दी जाने वाली अपेक्षित छात्रवृत्ति क्या है ?

प्रकरण अध्ययन — 2

37. दालें प्रोटीन, विटामिन और खनिजों का अच्छा स्रोत हैं। चावल कार्बोहाइड्रेट का एक स्रोत है जो मानव शरीर के लिए मुख्य ऊर्जा स्रोत है।

एक पंसारी के पास दालों की दो किस्में A और B हैं जिनकी कीमत क्रमश: ₹ 75 प्रति किलोग्राम और ₹ 125 प्रति किलोग्राम है। इसके अलावा, उसके पास चावल की दो किस्में P और Q हैं जिनकी कीमत क्रमश: ₹ 74 प्रति किलोग्राम और ₹ 84 प्रति किलोग्राम है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि दालों A और B को 2 : 3 के अनुपात में मिलाया जाए, तो प्राप्त मिश्रण की कीमत (प्रति किलोग्राम) ज्ञात कीजिए। *1*

(ii) पंसारी चावल P और Q को किस अनुपात में मिलाए कि प्राप्त मिश्रण की कीमत ₹ 78 प्रति किलोग्राम हो ? *1*

(iii) (क) यदि दालों की एक अन्य किस्म C को दालों A और B के साथ इस प्रकार मिलाया जाता है कि A : B : C = 2 : 3 : 6 और प्राप्त मिश्रण की कीमत ₹ 160 प्रति किलोग्राम है, तो दाल C का प्रति किलोग्राम मूल्य ज्ञात कीजिए। *2*

अथवा

(iii) (ख) यदि चावलों की एक अन्य किस्म R को चावलों P और Q के साथ इस प्रकार मिलाया जाता है कि P : Q : R = 3 : 2 : 8 और प्राप्त मिश्रण की कीमत ₹ 88 प्रति किलोग्राम है, तो चावल R का प्रति किलोग्राम मूल्य ज्ञात कीजिए। *2*

(iii) (b) To promote early admissions, the college is offering scholarships to the students for applying before the deadline as follows : *2*

₹ 50,000 for applying 4 weeks early

₹ 20,000 for applying 3 weeks early

₹ 12,000 for applying 2 weeks early

₹ 9,600 for applying 1 week early

What is the expected scholarship offered by the college ?

Case Study – 2

37. Pulses are a good source of protein, vitamins and minerals. Rice is a source of carbohydrate which is the main fuel source for a human body.

A grocer has two varieties A and B of pulses costing ₹ 75 per kg and ₹ 125 per kg respectively. Also, he has two varieties P and Q of rice costing ₹ 74 per kg and ₹ 84 per kg respectively.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) If the pulses A and B are mixed in the ratio 2 : 3, then find the cost (per kg) of the resulting mixture. *1*

(ii) In what ratio must the grocer mix the rice P and Q so that he gets a resulting mixture costing ₹ 78 per kg ? *1*

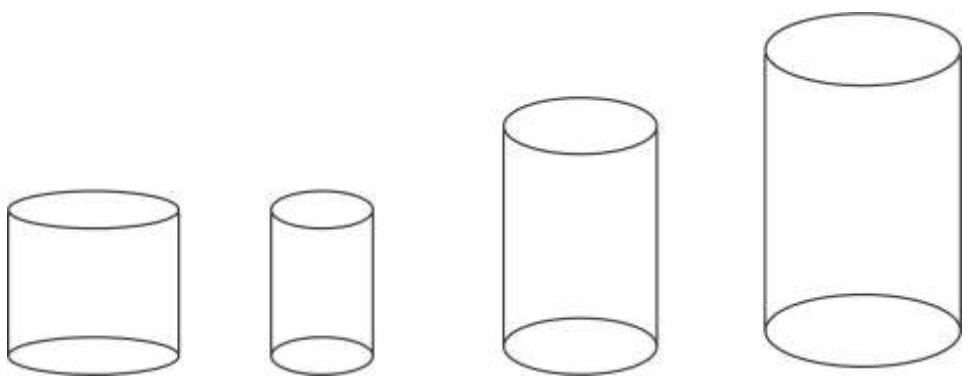
(iii) (a) If another variety C of pulses is mixed with pulses A and B such that A : B : C = 2 : 3 : 6 and the cost of the resulting mixture is ₹ 160 per kg, then find the price per kg of C. *2*

OR

(iii) (b) If another variety R of rice is mixed with rice P and Q such that P : Q : R = 3 : 2 : 8 and the cost of the resulting mixture is ₹ 88 per kg, then find the price per kg of R. *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक कंपनी एक नया उत्पाद लॉन्च करने की योजना बना रही है और नए उत्पाद को $432\pi \text{ cm}^3$ आयतन वाले बंद लंब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में पैक करने का फैसला करती है। डिब्बे टिन शीट से बनाए जाने हैं। कंपनी ने विभिन्न विकल्पों की कोशिश की।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि r cm बेलन के आधार की त्रिज्या है और h cm ऊँचाई है, तो r और h के बीच संबंध ज्ञात कीजिए। *1*

(ii) यदि S cm^2 बंद लंब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल है, तो r के पदों में S ज्ञात कीजिए। *1*

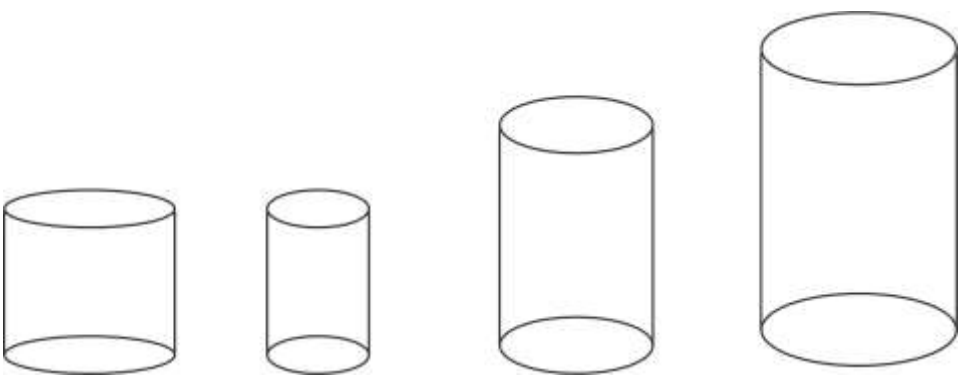
(iii) (क) S के न्यूनतम होने के लिए r का मान ज्ञात कीजिए। *2*

अथवा

(iii) (ख) बंद लंब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बे का न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। *2*

Case Study – 3

38. A company is planning to launch a new product and decides to pack the new product in closed right-circular cylindrical cans, each of volume 432π cm^3. The cans are to be made from tin sheets. The company tried different options.



Based on the above information, answer the following questions :

(i) If r cm is the radius of the base of the cylinder and h cm is the height, then find a relation between r and h. *1*

(ii) If S cm^2 is the surface area of the closed right-circular cylindrical can, then find S in terms of r. *1*

(iii) (a) Find the value of r for S to be minimum. *2*

OR

(iii) (b) Find the minimum surface area of the closed right-circular cylindrical can. *2*