Series SKS/C

कोड नं. **65(B)**

Code No.

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **15** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

(केवल नेत्रहीन परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR BLIND CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 100*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 100*

सामान्य निर्देश :

(i) ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न पत्र में* ***29*** *प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब तथा स । खण्ड अ में* ***10*** *प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक* ***एक अंक*** *का है । खण्ड ब में* ***12*** *प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक* ***चार अंक*** *का है । खण्ड स में* ***7*** *प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक* ***छः अंक*** *का है ।*

(iii) *खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं ।*

(iv) *पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं । फिर भी, चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है ।*

(v) *कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति* ***नहीं*** *है ।*

General Instructions :

(i) ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) *The question paper consists of* ***29*** *questions divided into three Sections A, B and C. Section A comprises of* ***10*** *questions of* ***one mark*** *each, Section B comprises of* ***12*** *questions of* ***four marks*** *each and Section C comprises of* ***7*** *questions of* ***six marks*** *each.*

(iii) *All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.*

(iv) *There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.*

(v) *Use of calculators is* ***not*** *permitted.*

खण्ड अ

SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

Question numbers 1 to 10 carry 1 mark each.

1. $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान लिखिए ।

Write the principal value of $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$.

2. यदि $\left(2\tan^{-1}\frac{3}{4}\right) = \tan^{-1} x$ है, तो x का मान लिखिए ।

If $\left(2\tan^{-1}\frac{3}{4}\right) = \tan^{-1} x$, write the value of x.

3. यदि $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $3X + 2Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ है, तो आव्यूह (X + Y) का मान लिखिए ।

If $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ and $3X + 2Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, write the value of matrix (X + Y).

4. आव्यूह $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ का सहखंडज लिखिए ।

Write the adjoint of matrix $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

5. यदि $\begin{vmatrix} 1+x & 7-x \\ 3-x & 2+x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ है, तो x का मान लिखिए ।

If $\begin{vmatrix} 1+x & 7-x \\ 3-x & 2+x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$, write the value of x.

6. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x} y = 2x, x \neq 0$ का समाकलन गुणक लिखिए ।

Write the integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x} y = 2x, x \neq 0$.

7. यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = -3\hat{i} + \hat{j} + 7k$ है, तो $(\vec{a} + \vec{b})$ के अनुदिश एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए ।

If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = -3\hat{i} + \hat{j} + 7k$, find a unit vector in the direction of $(\vec{a} + \vec{b})$.

8. यदि $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + p\hat{k}) = \vec{0}$ है, तो p का मान लिखिए ।

If $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + p\hat{k}) = \vec{0}$, write the value of p.

9. रेखा $\frac{1-x}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{-5}$ के दिक्कोज्याओं को लिखिए ।

Write the direction cosines of the line $\frac{1-x}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{-5}$.

10. एक औद्योगिक क्षेत्र में x नई फैक्ट्रियाँ लगाने पर उनकी चिमनियों के कारण वायु प्रदूषण की मात्रा में अधिकता $p(x) = 0{\cdot}003x^3 + 0{\cdot}02x^2 + 20x$ द्वारा प्रदत्त है । तो औद्योगिक क्षेत्र में वायु प्रदूषण की मात्रा में सीमांत वृद्धि, जब 10 फैक्ट्रियाँ और लगाई जाती हैं, ज्ञात कीजिए ।
इस प्रश्न में क्या मूल्य दर्शाया गया है ?

If x new factories are started in an industrial area, the increase in the air pollution due to chimneys of those is given by $p(x) = 0{\cdot}003x^3 + 0{\cdot}02x^2 + 20x$. Find the marginal increase in the air pollution when 10 new factories are started.

Which value has been discussed about in this question ?

खण्ड ब

SECTION B

प्रश्न संख्या 11 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है ।

Question numbers 11 to 22 carry 4 marks each.

11. माना $A = R - \{2/3\}$ तथा $B = R - \left\{\frac{2}{3}\right\}$ है । यदि $f : A \to B$ तथा

$f(x) = \frac{2x-1}{3x-2}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि फलन f एकैकी तथा आच्छादक है ।

Let $A = R - \{2/3\}$ and $B = R - \left\{\frac{2}{3}\right\}$. If $f : A \to B$ and

$f(x) = \frac{2x-1}{3x-2}$, then prove that function f is one-one and onto.

12. सिद्ध कीजिए कि $\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{1}{3} = \frac{9}{4} \tan^{-1} (2\sqrt{2})$ है ।

अथवा

x के लिए हल कीजिए :

$$2 \tan^{-1} (\cos x) = \tan^{-1} (2 \operatorname{cosec} x), x \neq 0$$

Prove that $\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{1}{3} = \frac{9}{4} \tan^{-1} (2\sqrt{2})$.

OR

Solve for x :

$$2 \tan^{-1} (\cos x) = \tan^{-1} (2 \operatorname{cosec} x), \quad x \neq 0$$

13. सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके, निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac + c^2 \\ a^2 + ab & b^2 & ac \\ ab & b^2 + bc & c^2 \end{vmatrix} = 4\, a^2b^2c^2$$

Using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac + c^2 \\ a^2 + ab & b^2 & ac \\ ab & b^2 + bc & c^2 \end{vmatrix} = 4\, a^2b^2c^2$$

14. यदि $y = x^{\cos x} + (\cos x)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

If $y = x^{\cos x} + (\cos x)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

15. यदि $y = a \cos (\log x) + b \sin (\log x)$, तो दर्शाए कि

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

If $y = a \cos (\log x) + b \sin (\log x)$, then show that

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

16. निम्नलिखित फलन का x = 0 पर संततता के लिए परीक्षण कीजिए ।

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 3x}{\tan 2x}, & \text{यदि } x < 0 \\ \dfrac{3}{2}, & \text{यदि } x = 0 \\ \dfrac{2x^2 - 5x + 3}{x - 1}, & \text{यदि } x > 0 \end{cases}$$

अथवा

मध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए, यदि अंतराल [a, b] में $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$, जहाँ a = 1 और b = 3 है । $f'(c) = 0$ के लिए $c \in (1, 3)$ को ज्ञात कीजिए ।

Examine the continuity of the following function at x = 0.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 3x}{\tan 2x}, & \text{if } x < 0 \\ \dfrac{3}{2}, & \text{if } x = 0 \\ \dfrac{2x^2 - 5x + 3}{x - 1}, & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

OR

Verify Mean Value Theorem, if $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ in the interval [a, b], where a = 1 and b = 3. Find $c \in (1, 3)$ for which $f'(c) = 0$.

17. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}\right) dx$$

Evaluate :

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

OR

Evaluate :

$$\int \left(\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}\right) dx$$

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{x\,[6\,(\log x)^2 + 7\,(\log x) + 2]}$$

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{x\,[6\,(\log x)^2 + 7\,(\log x) + 2]}$$

19. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}\, dx$$

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}\, dx$$

20. सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ और $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल की दिशा में मात्रक सदिश के साथ अदिश गुणनफल 1 के बराबर है । तो λ का मान ज्ञात कीजिए ।

The scalar product of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with a unit vector along the sum of vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to one. Find the value of λ.

21. रेखाओं $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ तथा

$\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

ABCD एक ऐसी चतुर्भुज है कि $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{d}$, $\vec{AC} = m\vec{b} + p\vec{d}$. चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ and

$\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$.

OR

ABCD is a quadrilateral such that $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{d}$,

$\vec{AC} = m\vec{b} + p\vec{d}$. Find the area of the quadrilateral ABCD.

22. 25 वैज्ञानिकों के एक समूह में 15 सूक्ष्मदर्शी हैं तथा आँकड़ों पर कार्य करने में त्रुटि नहीं करते जबकि शेष परिश्रमी तो हैं पर, आँकड़ों पर काम करने से कतराते हैं । समूह में से दो वैज्ञानिक यादृच्छया चुने गए । चुने गए वैज्ञानिकों के सूक्ष्मदर्शी तथा आँकड़ों में गलती न करने वालों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । बंटन का माध्य भी ज्ञात कीजिए ।

इस प्रश्न द्वारा क्या मूल्य दर्शाया गया है ?

In a group of 25 scientists, 15 are keen observers and do not commit errors in dealing with data whereas others, while they are hard working, shirk working with data. Two scientists are selected from the group at random. Find the probability distribution of number of scientists who are keen observers and do not commit error dealing with data. Also find mean of the distribution.

What value has been depicted in this question ?

खण्ड स

SECTION C

प्रश्न संख्या 23 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है ।

Question numbers 23 to 29 carry 6 marks each.

23. किसी प्राइमरी स्कूल के विद्यार्थियों को मध्याह्न भोजन (mid-day meals) देने के लिए तीन प्रकार के भोज्यों A, B तथा C को मिलाना पड़ता है, जिनमें पोषक विटामिन A, विटामिन B तथा खनिज, जो विद्यार्थियों के लिए स्वास्थ्यवर्धक हैं, की मात्रा का विवरण निम्न तालिका में दिया गया है :

भोज्य	प्रति किग्रा पोषक (मात्रकों में)		
	विटामिन A	विटामिन B	खनिज
A	1	2	5
B	3	1	1
C	4	2	1

आव्यूहों के प्रयोग से ज्ञात कीजिए कि भोज्य A, B, तथा C कितने किग्रा प्रयोग किए जाएँ कि बने भोजन में 15 मात्रक विटामिन A, 9 मात्रक विटामिन B तथा 14 मात्रक खनिज प्राप्त हों ।

इस प्रश्न द्वारा क्या मूल्य दर्शाया गया है ?

The mid-day meals to be provided to the students of primary schools is to be made from three foods A, B and C, which contain nutrients Vitamin A, Vitamin B and minerals, which are essential for the sound health of students, and are given in the table below :

Food	Nutrients per kg (in units)		
	Vitamin A	Vitamin B	Minerals
A	1	2	5
B	3	1	1
C	4	2	1

Using matrices, find the number of kg of foods A, B and C to be mixed to contain 15 units of Vitamin A, 9 units of Vitamin B and 14 units of minerals.

What value has been depicted in this question ?

24. वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ द्वारा प्रदत्त फलन f

(i) निरंतर वर्धमान है ।

(ii) निरंतर ह्रासमान है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अंतर्गत महत्तम वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल वाले लंब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है ।

Find the intervals in which the function f given by

$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ is

(i) strictly increasing.

(ii) strictly decreasing.

OR

Prove that the radius of the right circular cylinder of greatest curved surface area which can be inscribed in a given cone is half of that of the cone.

25. वक्रों $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ तथा $x^2 + y^2 = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by the curves $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ and $x^2 + y^2 = 1$.

26. अवकल समीकरण $(1 + \cos x)\frac{dy}{dx} + (1 + \cos x)\, y = (1 + \sin x)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि जब $x = 0$ है, तो $y = 1$ है ।

Find the particular solution of the differential equation $(1 + \cos x)\frac{dy}{dx} + (1 + \cos x)\, y = (1 + \sin x)$, given that when $x = 0, y = 1$.

27. बिंदु (2, 3, 7) से समतल $3x - y - z = 7$ पर डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । लंब की लंबाई तथा उसका समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j}) + 6 = 0$ तथा $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}) = 0$ की प्रतिच्छेदी रेखा से होकर जाता है, जो मूल बिंदु से एक मात्रक की दूरी पर है ।

Find the coordinates of the foot of the perpendicular from the point (2, 3, 7) to the plane $3x - y - z = 7$. Also find the length of the perpendicular and equation of the perpendicular.

OR

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j}) + 6 = 0$ and $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}) = 0$, which is at a unit distance from the origin.

28. एक वायुयान अधिकतम 200 यात्री ले जा सकता है । प्रथम वर्ग की प्रत्येक टिकट पर ₹ 400 लाभ तथा सस्ते वर्ग की टिकट पर ₹ 600 लाभ होता है । सस्ते वर्ग की टिकट के लाभ में से 25% एक ऐसे संगठन को दान किया जाता है जो असहाय तथा गरीब लोगों की मदद करता है तथा शेष ₹ 450 का लाभ हवाई कंपनी को जाता है । कंपनी कम-से-कम 20 सीटें प्रथम वर्ग के लिए आरक्षित रखती है, जबकि कम-से-कम 4 गुने यात्री प्रथम वर्ग की अपेक्षा सस्ते वर्ग में यात्रा करना पसंद करते हैं । कंपनी दोनों प्रकार की कितनी टिकटें बेचे कि उसे अधिकतम लाभ हो ? इस समस्या का गणितीय निरूपण LPP में कीजिए ।
इस प्रश्न में किस मूल्य को दर्शाया गया है ?

An aeroplane can carry a maximum of 200 passengers. A profit of ₹ 400 is made on each first class ticket and a profit of ₹ 600 is made on an economy class ticket, out of which 25% is donated to an institution working for destitutes and poor and remaining profit of ₹ 450 goes to the airlines. The airline reserves at least 20 seats of first class. However, at least four times as many passengers prefer to travel by economy class to the first class. How many tickets of each type should the airline sell so as to maximize profit ? Formulate this problem as a LPP mathematically.
Which value is reflected in this question ?

29. एक कॉलेज में पढ़ने वाले 75% विद्यार्थी हॉस्टल में रहते हैं तथा शेष हॉस्टल से बाहर रहते हैं । हॉस्टल में कड़ा अनुशासन है तथा पढ़ाई तथा अन्य शैक्षिक कार्यकलापों के लिए नियत समय है जिसका सबको पालन करना पड़ता है । हॉस्टल से बाहर रहने वाले विद्यार्थियों के व्यवहार पर कॉलेज का कोई कन्ट्रोल नहीं है । पिछले वर्ष के नतीजों के आधार पर यह देखा गया है कि हॉस्टल में रहने वाले 50% विद्यार्थियों ने A ग्रेड पाया जबकि बाहर रहने वाले केवल 25% विद्यार्थियों ने A ग्रेड पाया । वर्ष के अंत में कॉलेज से एक विद्यार्थी यादृच्छया चुना गया तथा परीक्षा में उसे A ग्रेड मिला । प्रायिकता क्या है कि चुना गया विद्यार्थी हॉस्टलवासी था ?
इस प्रश्न में किस मूल्य को दर्शाया गया है ?

75% students of a college reside in hostel and the remaining reside outside. There is a strict discipline in the hostel and fixed time for studies and other curricular activities, while college has no control on activities of students residing outside hostel. Last year results showed that 50% hostellers got A grade while 25% other students got A grade. At the end of the year, a student was selected at random and got A grade in the examination. What is the probability that the selected student was a hosteller ?

Which value is reflected in this question ?